Quelques modèles financiers utilisant les EDSR et EDSPR avec grossissement de filtration

Anne EYRAUD-LOISEL
ISFA, Université Lyon 1

Séminaire Lyon - Le Mans
3 Mai 2012, Le Mans

Outline

Problème de couverture général

- marché financier : un actif risqué, dirigé par un Brownien

$$P_t = P_0 + \int_0^t P_s b(s, P_s) ds + \int_0^t P_s \sigma(s, P_s) dW_s$$

  (hypothèses standards sur σ et b pour avoir un marché complet).
  Un actif sans risque, taux r_t.
- Un agent veut couvrir une option de payoff ξ, de maturité T : il cherche sa richesse initiale X_0 et son processus de portefeuille π_t pour avoir à l'échéance T :

$$X_T = \xi$$

EDSR de couverture

- L'hypothèse d'autofinancement peut s'écrire :

$$dX_t = \underbrace{X_t r_t dt + \pi_t (b_t - r_t) dt}_{-f(t,X_t,Z_t)dt} + \underbrace{\pi_t \sigma_t}_{Z_t} dW_t$$

EDSR de couverture

- L'hypothèse d'autofinancement peut s'écrire :

$$dX_t = \underbrace{X_t r_t dt + \pi_t(b_t - r_t)dt}_{-f(t,X_t,Z_t)dt} + \underbrace{\pi_t \sigma_t}_{Z_t} dW_t$$

- Le problème peut donc être représenté par une EDSR (en intégrant de t à T) :

$$X_t = \xi + \int_t^T f(s, X_s, Z_s)ds - \int_t^T Z_s dW_s$$

où $X_T = \xi$, $Z_s = \sigma_s \pi_s$
et où le générateur s'écrit
$f(x, X_s, Z_s) = -X_s r_s + Z_s \sigma_s^{-1}(r_s - b_s)$.

Problème d'information

- Délit d'initié : l'investisseur possède une information supplémentaire sur le marché $\Longrightarrow$ Grossissement initial de la filtration brownienne
- On ajoute l'information L à la filtration initiale

$$\mathcal{Y}_t = \bigcap_{s>t} (\mathcal{F}_s \vee \sigma(L))$$

Hypothesis ($\mathbf{H_3}$) (Jacod, Jeulin 1985)

Il existe une probabilité Q équivalente à P sous laquelle $\mathcal{F}_t$ et $\sigma(L)$ sont indépendants, $\forall t < T'$.

Problème d'information

- Délit d'initié : l'investisseur possède une information supplémentaire sur le marché $\Longrightarrow$ Grossissement initial de la filtration brownienne
- On ajoute l'information L à la filtration initiale

$$\mathcal{Y}_t = \bigcap_{s>t} (\mathcal{F}_s \vee \sigma(L))$$

Hypothesis ($\mathbf{H_3}$) (Jacod, Jeulin 1985)

Il existe une probabilité Q équivalente à P sous laquelle $\mathcal{F}_t$ et $\sigma(L)$ sont indépendants, $\forall t < T'$.

- Problème principal : propriété de représentation des martingales. Sous ($\mathbf{H_3}$), on peut utiliser un résultat de Jacod et Shiryaev [JS03] pour obtenir le théorème de représentation de martingale nécessaire.

Premiers résultats (EDSR, Eyraud-Loisel 2012)

Theorem ([EL05])

Sous l'hypothèse ($\mathbf{H_3}$)*, et sous des hypothèses standards de Lipschitz et d'intégrabilité sous* Q *sur le générateur* f*, il existe une unique solution à l'EDSR*

$$X_t = \xi + \int_t^T f(s, X_s, Z_s)ds - \int_t^T Z_s dW_s$$

dans l'espace grossi $(\Omega, \mathcal{Y}, Q)$.

Premiers résultats (EDSR, Eyraud-Loisel 2012)

Theorem ([EL05])

Sous l'hypothèse ($\mathbf{H_3}$), *et sous des hypothèses standards de Lipschitz et d'intégrabilité sous* Q *sur le générateur* f, *il existe une unique solution à l'EDSR*

$$X_t = \xi + \int_t^T f(s, X_s, Z_s)ds - \int_t^T Z_s dW_s$$

dans l'espace grossi $(\Omega, \mathcal{Y}, Q)$.

Ceci implique d'un point de vue financier :

Proposition ([EL05])

L'agent initié a une unique solution de couverture, qui est la même que celui du non initié.

Conséquence : information inutile du point de vue de la couverture

Extension : EDSR à horizon aléatoire

Les résultats précédents peuvent être étendus au cas des EDSR à horizon aléatoire (temps d'arrêt) (Article avec M. Royer-Carenzi)

Theorem ([ELRC10])

Sous l'hypothèse ($\mathbf{H_3}$), et sous des hypothèses standards de Lipschitz et d'intérabilité sous Q sur le générateur f, si τ est un temps d'arrêt, il existe une unique solution de l'EDSR

$$X_t = \xi + \int_t^{T\wedge\tau} f(s, X_s, Z_s)ds - \int_t^{T\wedge\tau} Z_s dW_s$$

dans l'espace élargi $(\Omega, \mathcal{Y}, Q)$.

Les conséquences au niveau financier sont ainsi les même pour la couverture d'options avec horizon aléatoire (options américaines, options lookback,...).

Outline

Actifs dérivés pouvant faire défaut : EDSR avec horizon incertain

- Lorsque l'horizon est aléatoire, mais n'est pas un temps d'arrêt sous $\mathcal{F}$ (ex. temps de défaut, instant de décès dans le cas de contrats d'assurance-vie).
- Le payoff général s'écrit

$$\xi = V\mathbf{1}_{\tau > T} + C_\tau \mathbf{1}_{\tau \leq T}$$

  où V est une option standard de payoff (e.g. $V = (S_T - K)_+$), et C une compensation, payable à l'instant de défaut en cas de défaut.
- La couverture peut s'écrire :

$$X_t = \xi + \int_t^{T\wedge\tau} f(s, X_s, Z_s)ds - \int_t^{T\wedge\tau} Z_s dW_s$$

  où τ n'est pas un temps d'arrêt.
- Approche nouvelle pour ce type de problématique, utilisant les

Modèle and notations

- L'agent peut observer à chaque instant t si le défaut τ a lieu.
- Grossissement progressif de la filtration brownienne (rend τ un temps d'arrêt) :

$$\mathcal{G}_t = \mathcal{F}_t \vee \sigma(\mathbf{1}_{\tau \leq t})$$

- Hypothèse de densité, ou hypothèse (**H**) plus forte.

Hypothesis (Density Hypothesis)

$\exists$ une fonction $\mathcal{F}_t \times \mathcal{B}(\mathbb{R}^+)$-mesurable $\alpha : (\omega, \theta) \mapsto \alpha_t(\omega, \alpha)$ qui satisfait

$$P(\tau \in d\theta | \mathcal{F}_t) := \alpha_t(\theta) d\theta, \;\; P - a.s.$$

Hypothesis (H)(Propriété d'immersion)

Toute $(\mathcal{F}, \mathbb{P})$-martingale de carré intégrable est une $(\mathcal{G}, \mathbb{P})$-martingale de carré intégrable

Modèle et notations

- ρ_t zero-coupon pouvant faire défaut
- Processus de défaut $H_t = \mathbf{1}_{\tau \le t}$
- Probabilité conditionnelle $F_t = \mathbb{P}(\tau \le t | \mathcal{F}_t) = \int_0^t \alpha_t(s) ds$
- Sous l'hypothèse de densité,

$$M_t = H_t - \int_0^{t \wedge \tau} (1 - H_s) \frac{\alpha_s(s)}{1 - F_s} ds$$

est une $(\mathcal{G}, \mathbb{P})$-martingale.
et pour toute $(\mathcal{F}, P)$-martingale X, le processus $\bar{X}$ défini par

$$\bar{X}_t = X_t - \int_0^{t \wedge \tau} \frac{d\langle X, F\rangle_s}{1 - F_{s-}} - \int_{t \wedge \tau}^t \frac{d\langle X, \alpha(u)\rangle_s}{\alpha_{s-}(u)} \Big|_{u=\tau}, \quad 0 \le t \le T$$

est une $(\mathcal{G}, \mathbb{P})$-martingale.

Resultats

- On utilise un théorème de représentation obtenu par Jeanblanc et Le Cam sous l'hypothèse de densité

Theorem ([JLC07])

Pour toute $(\mathcal{G}, \mathbb{P})$-martingale $\bar{X}$, il existe 2 processus $\mathcal{G}$-previsibles β et γ tels que

$$d\bar{X}_t = \gamma_t \, d\bar{W}_t + \beta_t \, dM_t$$

Results

- Résultats obtenus sous l'hypothèse de densité

Theorem ([BSELRC10], 2010)

Soit $\xi \in L^2(\Omega, \mathcal{G}_{T\wedge\tau}, \mathbb{P})$ et f $\mathcal{G}$-measurable.
Sous des hypothèses standards sur f, il existe un unique triplet $\mathcal{G}$-adapté (Y, Z, U) solution de l'EDSR :

$$Y_{t\wedge\tau} = \xi + \int_{t\wedge\tau}^{T\wedge\tau} f(s, Y_s, Z_s, U_s)\, ds - \int_{t\wedge\tau}^{T\wedge\tau} Z_s\, d\bar{W}_s - \int_{t\wedge\tau}^{T\wedge\tau} U_s\, dM_s.$$

- Remarque : on utilise uniquement l'hypothèse de densité pour prouver ce résultat (Propriété d'immersion non nécessaire).

Solution explicite pour la stratégie de couverture

Theorem ([BSELRC10], 2010)

Soit f un générateur $\mathcal{G}$-mesurable définit par

$$f(t,y,z,u) = -r_t\, y - \theta_t\, z + (1 - H_{t-})\, \psi_t\, \lambda_t\, u,$$

D'après le théorème précédent, sous l'hypothèse (**H**)*, il existe un unique triplet $\mathcal{G}$-adapté (Y, Z, U) solution de l'EDSR. De plus*

$$Z_t = \frac{a_t^C + a_t^V}{R_t(1 - F_t^{\psi})},$$

et $U_t = C_t - R_t^{-1}\mathbb{E}_{\mathbb{P}^{\psi}}(R_\tau C_\tau | \mathcal{G}_{t-}) - R_t^{-1}\mathbb{E}_{\mathbb{P}^{\psi}}(R_T V \mathbf{1}_{T<\tau} | \mathcal{G}_{t-})$,

On en déduit des expressions explicites pour le portefeuille de couverture investit dans les différents actifs disponibles.

Cas des EDSR quadratiques

Actifs pouvant faire défaut : problème d'optimisation

- Problème d'optimisation sous contrainte, en utilisant des principes de pricing par indifférence d'utilité $\Longrightarrow$ EDSR quadratique sous grossissement progressif de filtration
- Article commun avec S. Ankirchner et C. Blanchet-Scalliet [ABSEL10] : *Credit risk premia and quadratic BSDEs with a single jump*.

Outline

Prix de marché avec un investisseur influent et informé

- Dynamique actif risqué

$$P_t = P_0 + \int_0^t b(s, P_s, X_s, \pi_s)ds + \int_0^t \sigma(s, P_s, X_s, \pi_s)dW_s$$

- **Information supplémentaire** : grossissement initial de filtration avec L satisfaisant l'hypothèse $(\mathbf{H_3})$.
- **Hypothèse d'influence** : l'agent informé peut influencer la dynamique des prix :
    - Gros investisseur (Large investor) : sa richesse X peut influencer le drift b et la volatilité σ des prix.
    - Investisseur influent : sa stratégie d'investissement π peut influencer le drift b et la volatilité σ des prix.

Problème d'influence

- Propriété fondamentale : Théorème de représentation de martingale sous $(\mathcal{Y}, Q)$
  $\Longrightarrow$ Marché complet pour l'agent initié [EL11].
- Un agent non initié qui investit sur le marché a l'information $\mathcal{F}^P$ (filtration engendrée par les prix), qui satisfait :

$$\mathcal{F} \subset \mathcal{F}^P \subset \mathcal{Y}$$

  Pas de Théorème de Représentation de Martingale sous $\mathcal{F}^P$,
  $\Longrightarrow$ Marché incomplet pour l'agent non initié [EL12].

Outline

solution de l'EDSPR sous grossissement initial de filtration

- Le problème revient à un couplage entre l'équation progressive des prix et l'équation rétrograde de la richesse

$$\begin{cases} P_t = P_0 + \int_0^t b(s, P_s, X_s, Z_s)ds + \int_0^t \sigma(s, P_s, X_s, Z_s)dW_s \\ X_t = \xi - \int_t^T f(s, P_s, X_s, Z_s)ds - \int_t^T Z_s, dW_s \end{cases}$$

solution de l'EDSPR sous grossissement initial de filtration

- Le problème revient à un couplage entre l'équation progressive des prix et l'équation rétrograde de la richesse

$$\begin{cases} P_t = P_0 + \int_0^t b(s, P_s, X_s, Z_s)ds + \int_0^t \sigma(s, P_s, X_s, Z_s)dW_s \\ X_t = \xi - \int_t^T f(s, P_s, X_s, Z_s)ds - \int_t^T Z_s, dW_s \end{cases}$$

- Sous des hypothèses de Lipschitz, croissance linéaire et intégrabilité sur b, σ, f et ξ (cf Pardoux-Tang [PT99]), et des hypothèses d'intégrabilité sous Q, on peut montrer l'existence et l'unicité de la solution.

solution de l'EDSPR sous grossissement initial de filtration

- Le problème revient à un couplage entre l'équation progressive des prix et l'équation rétrograde de la richesse

$$\begin{cases} P_t = P_0 + \int_0^t b(s, P_s, X_s, Z_s)ds + \int_0^t \sigma(s, P_s, X_s, Z_s)dW_s \\ X_t = \xi - \int_t^T f(s, P_s, X_s, Z_s)ds - \int_t^T Z_s, dW_s \end{cases}$$

- Sous des hypothèses de Lipschitz, croissance linéaire et intégrabilité sur b, σ, f et ξ (cf Pardoux-Tang [PT99]), et des hypothèses d'intégrabilité sous Q, on peut montrer l'existence et l'unicité de la solution.
- 3 cas où on a des résultats :
  - *Influence faible* : b et σ dépendent faiblement de X et Z,
  - *L'agent veut couvrir un somme finie p.s.* : ξ ne dépend par du prix P,
  - *Le portefeuille n'influence par la volatilité des prix* : σ est indépendant de Z.

Resultats

Proposition

Sous l'hypothèse $(\mathbf{H_3})$, *pour toutes fonctions* f, b, σ *satisfaisant les hypothèses précédentes et l'un des 3 cas d'influence précédents,l'EDSPR dans l'espace élargi* $(\Omega, \mathcal{Y}, Q)$ *a une unique solution.*

- Application financière : l'agent influent a une unique stratégie de couverture admissible.
- La stratégie est adaptée à la filtration élargie $\mathcal{Y}$.
  Comparaison avec la stratégie de l'agent non informé ?

Borne sur le processus de richesse

- Résultat supplémentaire

Proposition

Sous les mêmes hypothèses, si f ne dépend pas de p et si $f(s,0,0,0)$ est borné, alors pour tout payoff $\xi \in L^2(\Omega, \mathcal{Y}, Q)$, le processus X est borné.

Ex : Put européen $\xi = (K - P_T)_+$, sans influence, modèle de Black et Scholes, $f(s,p,x,z) = xr + \sigma'^{-1}(b' - r)z$. Alors on a une borne sur le processus de richesse de la stratégie de couverture entre 0 et T.

Outline

Incomplétude dû à un manque d'information

- Un agent non informé investissant dans le marché possède l'information $\tilde{\mathcal{F}}$, filtration engendrée par les prix, qui satisfait :

  $$\mathcal{F} \subset \tilde{\mathcal{F}} \subset \mathcal{Y}$$

  Pas de Théorème de Représentation de Martingales sous $\tilde{\mathcal{F}}$,
  $\Longrightarrow$ Marché incomplet pour le non initié
- Pas de solution générale à l'EDSR de couverture sous la filtration $\tilde{\mathcal{F}}$.
- Méthodes utilisées :
  - Décomposition de Kunita-Watanabe
  - Couverture quadratique en marché incomplet (Föllmer-Schweizer 1991)

Décomposition de Kunita-Watanabe

- $\mathcal{Q}$ (resp. $\mathcal{Q}_N$) l'espace des $\mathcal{Y}$ (resp. $\tilde{\mathcal{F}}$)-mesures martingale (probabilités risque-neutre pour l'initié (resp. non initié))

Definition

Si $N, M \in \mathcal{M}^2(\mathcal{G}, \mathcal{P})$ alors la décoposition unique de Kunita-Watanabe de N par rapport à M est :

$$N_t = N_0 + \int_0^t \theta_u dM_u + L_t, \ \ \mathcal{P} - p.s.$$

où $\theta \in L^2(M), L \in \mathcal{M}_0^2(\mathcal{G}, \mathcal{P})$ est orthogonale à M dans $(\mathcal{G}, \mathcal{P})$.

- Soit $\tilde{Q} \in \mathcal{Q}$, et $\xi \in \mathcal{L}^2(\Omega, \tilde{\mathcal{F}}, \tilde{Q})$. Le théorème de représentation de martingales sous la filtration $\mathcal{Y}$ donne

$$\xi = E_{\tilde{Q}}(\xi | \sigma(L)) + \int_0^T \phi_s^L dP_s$$

Décomposition de Kunita-Watanabe (2)

- Sous toute $\tilde{Q} \in \mathcal{Q}_N$, on a la décomposition de K-W de ξ dans $(\tilde{\mathcal{F}}, \tilde{Q})$ selon la martingale P :

$$V_t := E_{\tilde{Q}}(\xi | \tilde{\mathcal{F}}_t) = E_{\tilde{Q}}(\xi) + \int_0^t \phi_s^{\tilde{Q}} dP_s + L_t^{\tilde{Q}}$$

Et d'après Föllmer et Schweizer [FS91], $\phi_s^{\tilde{Q}} = \frac{d<V,P>_s}{d<P>_s}$

Proposition

Sous toute $\tilde{Q} \in \mathcal{Q}$, l'intégrand de la décomposition peut s'écrire

$$\phi_s^{\tilde{Q}} = E_{\tilde{Q}}\left(\phi_s^L | \tilde{\mathcal{F}}_s\right)$$

Décomposition de Kunita-Watanabe (3)

Preuve :

- $L_t = E_{\tilde{Q}}(\xi|\tilde{F}_t) - E_{\tilde{Q}}(\xi) - \int_0^t E_{\tilde{Q}}(\phi_s^L|\tilde{\mathcal{F}}_s)dP_s$ est une $(\tilde{\mathcal{F}}, \tilde{Q})$-martingale, et $E_{\tilde{Q}}(L_t) = 0$
- On montre que L_t est orthogonal à l'espace stable engendré par P_t.
- $L_t = E_{\tilde{Q}}\left[\int_0^T \phi_s^L dP_s|\tilde{\mathcal{F}}_t\right] - \int_0^t E_{\tilde{Q}}(\phi_s^L|\tilde{\mathcal{F}}_s)dP_s + N_t$
  où $N_t = E_{\tilde{Q}}\left(E_{\tilde{Q}}(\xi|\sigma(L))|\tilde{\mathcal{F}}_t\right) - E_{\tilde{Q}}(\xi)$.
  D'après un lemme de filtrage de Pardoux (1989), $L_t = N_t$.
- On peut écrire $E_{\tilde{Q}}(\xi|\sigma(L)) = f(L)$ où f est une fonction borélienne, et on montre que $Q^* = \frac{f(L)}{E_{\tilde{Q}}(f(L))}\tilde{Q} \in \mathcal{Q}$
- On en déduit que pour tout processus θ $\tilde{\mathcal{F}}$-adapté et borné,

$$E_{\tilde{Q}}\left[N_t \int_0^t \theta_s dP_s\right] = E_{\tilde{Q}}\left[f(L)\int_0^t \theta_s dP_s\right] = E_{\tilde{Q}}(f(L))E_{Q^*}\left[\int_0^t \theta_s dP_s\right] = 0$$

  N et donc L est orthogonal à P.
- C'est donc l'unique décomposition de Kunita-Watanabe voulue.

Formule de Clark-Ocone

- Une expression de ϕ_s^L peut être obtenue à partir de la dérivée de Malliavin de ξ.

Proposition

Si $\xi \in L^2(\Omega, \mathcal{Y}, Q)$ *et si* $\forall x, \xi(., x) \in \mathbb{D}^{1,2}$, *alors*

$$\phi_s^L = (\sigma_s^L)^{-1} \left(E_Q \left[D_s(\xi(., x)) | \mathcal{F}_t \right] |_{x=L} \right)$$

Outline

Expression du risque quadratique résiduel

- D'après le problème introduit par Schweizer sur le risque quadratique, on étudie la variance de $L_T^{\tilde{Q}}$, et on obtient une expression du risque quadratique résiduel, qui mesure le risque pris par l'agent qui ne connaît pas l'information L et qui veut couvrir ξ sur le marché.
- Pour une mesure de probabilité $\tilde{Q} \in \mathcal{Q}_N \setminus \mathcal{Q}$,

$$Var_{\tilde{Q}}\left(L_T^{\tilde{Q}}\right) = E_{\tilde{Q}}\left((\xi - E_{\tilde{Q}}(\xi))^2\right) - E_{\tilde{Q}}\left(\left(\int_0^T \phi_s^{\tilde{Q}} dP_s\right)^2\right)$$

- Pour une mesure de probabilité $\mathbb{Q}^* \in \mathcal{Q}$, on obtient une expression plus simple

$$Var_{\mathbb{Q}^*}(L_T^{\mathbb{Q}^*}) = E_{\mathbb{Q}^*}\left(E_{\mathbb{Q}^*}\left[E_{\mathbb{Q}^*}(\xi|\sigma(L))|\tilde{\mathcal{F}}_T\right]^2\right) - E_{\mathbb{Q}^*}(\xi)^2$$

Expression du risque quadratique résiduel (2)

- Un risque minimal existe. Il correspond au risque minimal induit par le manque d'information : l'agent n'a pas toute l'information régissant le marché. Cela donne une mesure du manque d'information.
- Mais mesurer un risque sous une mesure de probabilité neutre au risque est arbitraire. Quel choix effectuer pour une bonne mesure ?
  Le risque évalué est le risque du modèle sous la mesure choisie, et pas le risque intrinsèque au modèle : la mesure historique n'est pas prise en compte.

Exemple de modèle d'influence

- Exemple de modèle d'influence qui satisfait nos hypothèses :

$$
\begin{aligned}
f(s,p,x,z) &= xr + \sigma'^{-1}(b'-r)z \\
b(t,x,p,\pi) &= p\left(b_0 + \frac{b_1}{(1+p)(1+\pi^2)}\right) \\
\sigma(t,x,p) &= p\left(\sigma^0 \mathbf{1}_{[0,\eta[}(t) + \sigma^1 \mathbf{1}_{[\eta,T]}(t)\right), \quad \eta \in [0, T+\epsilon] \\
\xi &= (P_T - K)_+
\end{aligned}
$$

- Information initiale forte : $L = \eta$ instant de saut de la volatilité.
- Lipschitz, croissance linéaire.
- Integrabilité : tous les coefficients sont nuls dès que p, x, z sont nuls.
- 3ème cas d'influence : σ indépendant de z.

Conclusion

- EDSR et EDSPR fournissent des outils très utiles pour modéliser un grand nombre de problèmes, en particulier des problèmes de couverture, mais également des problème d'optimisation par indifférence d'utilité.
  Dès que l'on a des propriétés de représentations, ces équations peuvent être étudiées sous un grossissement de filtration, modélisant des problèmes variés, des problèmes de délit d'initié au problèmes incluant du risque de crédit, ou d'autres problèmes d'asymétrie d'information.
- Le point le plus délicat, mais aussi le plus intéressant, apparaît lorsqu'il n'existe pas de propriété de représentation, ie lorsque l'asymétrie rend le marché incomplet.
- Pistes de recherche : étude de l'incomplétude du marché, et en particulier du lien entre $\mathcal{F}^P$ et le manque d'information.
- Question : quelle part d'information est transférée au marché? quel type d'information est suffisante pour compléter le

Merci pour votre attention !

References

S. ANKIRCHNER, C. BLANCHET-SCALLIET, and A. EYRAUD-LOISEL, *Credit risk premia and quadratic bsdes with a single jump*, IJTAF **13** (2010), no. 07, 1103–1129.

C. BLANCHET-SCALLIET, A. EYRAUD-LOISEL, and M. ROYER-CARENZI, *Bsde with uncertain horizon and hedging of defaultable contingent claims*, Bulletin Français d'Actuariat **10** (Dec. 2010), no. 20, 85–100.

A. EYRAUD-LOISEL, *Backward stochastic differential equations with enlarged filtration. option hedging of an insider trader in a financial market with jumps*, SPA **115** (2005), no. 11, 1745–1763.

______, *Option hedging by an influent informed investor*, Applied Stochastic Models for Business and Industry **27** (2011), 707–722.

______, *Quadratic hedging in an incomplete market derived by an influent informed investor*, to appear in Stochastics : an International Journal of Probability and Stochastic Processes (2012).

A. EYRAUD-LOISEL and M. ROYER-CARENZI, *BSDE with random terminal time under enlarged filtration. american-style options hedging by an insider*, ROSE **2** (2010), no. 18, 149–171.

H. FÖLLMER and M. SCHWEIZER, *Hedging of contingent claims under incomplete information*, Applied stochastic analysis, Stochastics Monogr., vol. 5, New York, 1991, pp. 389–414.

M. JEANBLANC and Y. LE CAM, *Progressive enlargement of filtration with initial times*, Prépublications de l'Equipe d'Analyse et Probabilités, Evry Val d'Essonne **259** (juillet 2007).

J. JACOD and A. N. SHIRYAEV, *Limit theorems for stochastic processes*, second ed., Principles of Mathematical Sciences, vol. 288, Springer-Verlag, Berlin, 2003.

E. PARDOUX and S. TANG, *Forward-backward stochastic differential equations and quasilinear parabolic PDEs*, Probability Theory and Related Fields **114** (1999), no. 2, 123–150.